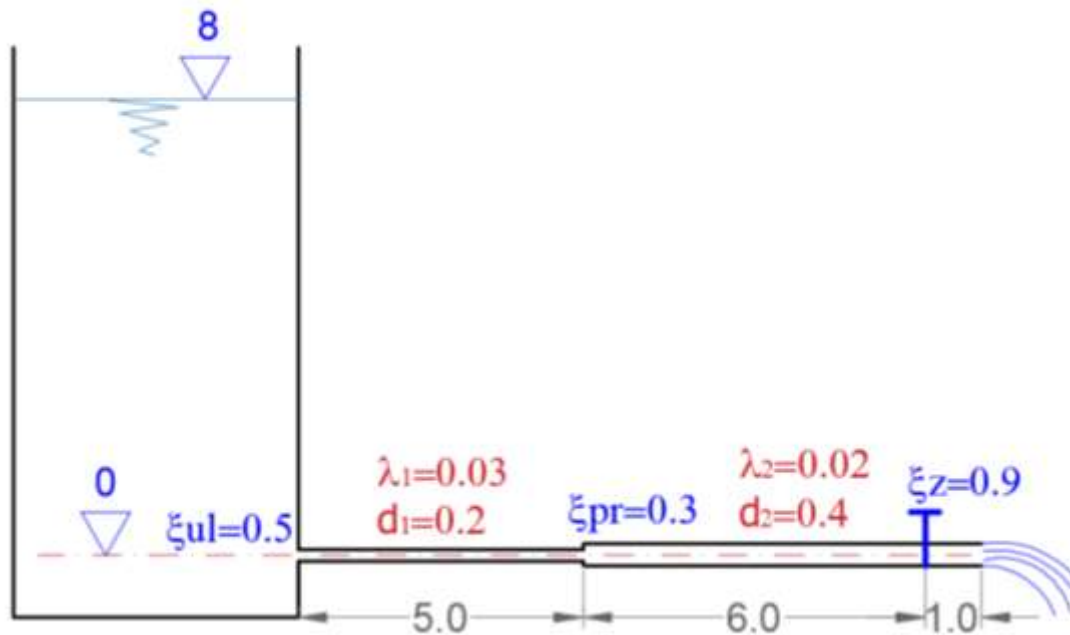


## ZADATAK

Kroz sistem prikazan na slici ostvaruje se proticaj. Tečenje je ustaljeno. Odrediti proticaj koji se ostvaruje kroz sistem cijevi. Nacrtati u pogodnoj razmjeri energetsku i piježometarsku liniju.

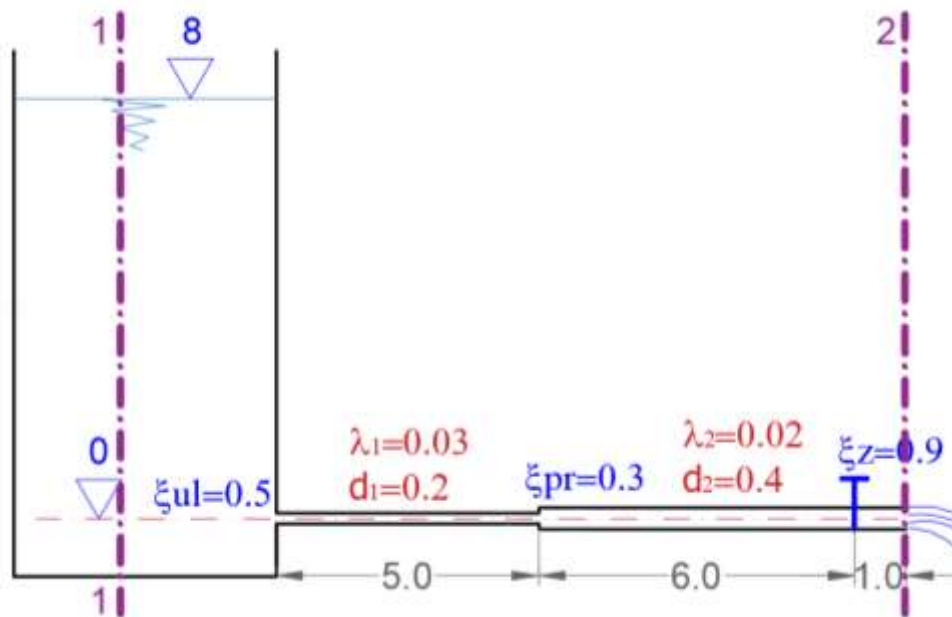


Rješenje:

Najprije biramo za koja dva presjeka u sistemu pišemo energetsku jednačinu. Biramo presjeke tako, da jednačina ima što manje nepoznatih. Jedan od presjeka je obično presjek u rezervoaru, iz više razlog:

- rezervoar je relativno velikog poprečnog presjeka, pa se brzinska visina može zanemariti,  $\frac{v^2}{2g} \approx 0$
- rezervoar na slici je otvoren, sa slobodnom vodenom površinom, "oslobođen je pritiska", pa je član energetske jednačine  $\frac{p}{\rho g} = 0$ .

Drugi presjek koji biramo za pisanje energetske jednačine, je presjek na mjestu isticanja, jer u tom presjeku je mlaz oslobođen pritiska, imamo slobodno isticanje u atmosferu, pa je član energetske jednačine  $\frac{p}{\rho g} = 0$ .



Energetska jednačina za presjek u rezervoaru (presjek 1) i presjek na mjestu isticanja (presjek 2) glasi:

$$E_1 = E_2 + \Delta E_{1-2}$$

odnosno:

$$\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_{d1}^2}{2g} = \frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_{d2}^2}{2g} + \Delta E_{1-2}$$

Na osnovu objašnjenja sledeći članovi jednačine su jednaki nuli:

$$\underbrace{\frac{p_1}{\rho g} + z_1 + \frac{v_1^2}{2g}}_{\Pi_R} = \underbrace{\frac{p_2}{\rho g} + z_2 + \frac{v_{d2}^2}{2g}}_{\Pi_2} + \Delta E_{1-2}$$

$$z_1 = z_2 + \frac{v_{d2}^2}{2g} + \Delta E_{1-2}$$

Gdje je:

$z_1$  - položajna kota presjeka 1-1, i iznosi 8m

$z_2$  - položajna kota presjeka 2-2, i iznosi 0m

$\frac{v_2^2}{2g}$  - brzinska visina u presjeku 2-2

$\Delta E_{1-2}$  gubici energije od presjeka 1-1 do presjeka 2-2.

Energetska jednačina se svodi na:

$$8 = \frac{v_{d2}^2}{2g} + \Delta E_{1-2}$$

Jednačina 1

Izgubljena energija između presjeka 1-1 i 2-2 ( $\Delta E_{1-2}$ ) se sastoji od:

- linijskih gubitaka energije i
- lokalnih gubitaka energije.

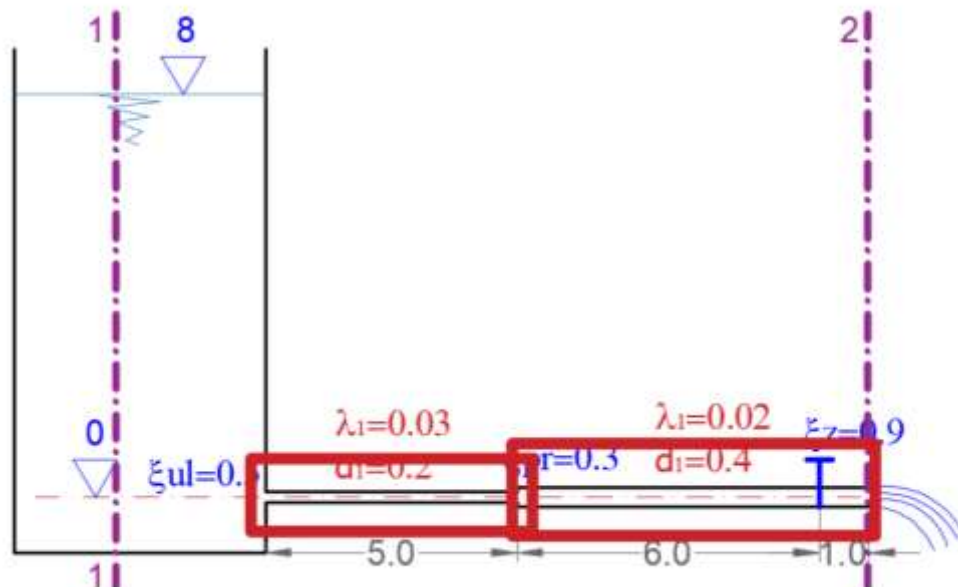
Linijski gubici energije se računaju prema izrazu:

$$\Delta E_{lin} = \lambda \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Gdje je:

- $\lambda$  - koef. trenja;
- L - dužina cijevi;
- D - prečnik cijevi,
- v - brzina.

Linijske gubitke imamo duž cijevi prečnika  $d_1=0.2\text{m}$ , dužine 5m, i duž cijevi prečnika  $d_2=0.4\text{m}$ , dužine 7m.



Linijski gubici iznose:

$$\Delta E_{lin1-2} = \lambda_{d1} \frac{L_{d1}}{D_{d1}} \frac{v_{d1}^2}{2g} + \lambda_{d2} \frac{L_{d2}}{D_{d2}} \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

$$\Delta E_{lin1-2} = 0.03 \frac{5m}{0.2m} \frac{v_{d1}^2}{2g} + 0.02 \frac{7m}{0.4m} \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

$$\Delta E_{lin1-2} = 0.75 \frac{v_{d1}^2}{2g} + 0.35 \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

Jednačina 2

Lokalni gubici energije se računaju prema izrazu:

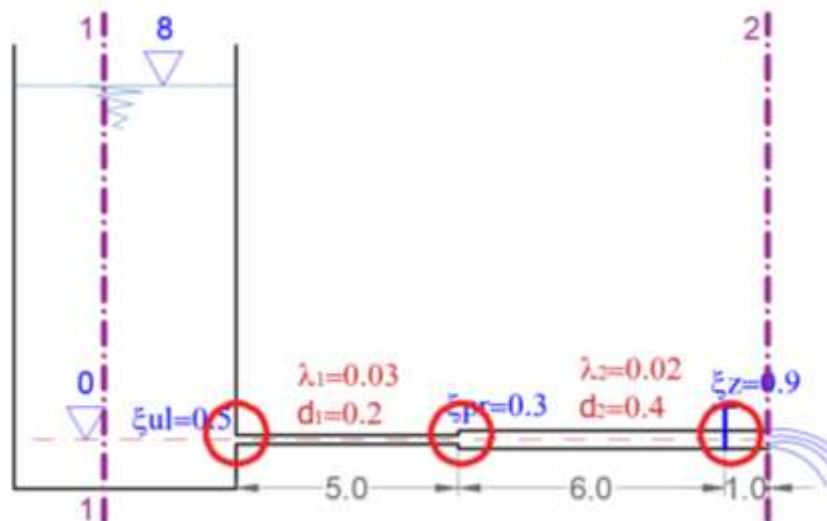
$$\Delta E_{lok} = \xi \frac{v^2}{2g}$$

Gdje je:

$\xi$  - koef. lokalnog gubitka,

$v$  - brzina.

Lokalne gubitke imamo na mjestu gdje voda ulazi iz rezervoara u cijev, na mjestu gdje je cijev proširena sa prečnike  $d_1$  na  $d_2$  i na mjestu gdje je zatvarač.



Lokalni gubici iznose:

$$\Sigma \Delta E_{lok} = \Delta E_{lok,ul} + \Delta E_{lok,pr} + \Delta E_{lok,zat} = \xi_{ul} \frac{v_{d1}^2}{2g} + \xi_{pr} \frac{v_{d2}^2}{2g} + \xi_z \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

$$\Sigma \Delta E_{lok} = 0.5 \frac{v_{d1}^2}{2g} + 0.3 \frac{v_{d2}^2}{2g} + 0.9 \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

$$\Sigma \Delta E_{lok} = 0.5 \frac{v_{d1}^2}{2g} + 1.2 \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

Jednačina 3

Kombinacijom jednačina 1, 2 i 3 dobija se:

$$8 = \frac{v_{d2}^2}{2g} + 0.75 \frac{v_{d1}^2}{2g} + 0.35 \frac{v_{d2}^2}{2g} + 0.5 \frac{v_{d1}^2}{2g} + 1.2 \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

$$8 = 1.25 \frac{v_{d1}^2}{2g} + 2.55 \frac{v_{d2}^2}{2g}$$

Jednačina 4

U jednačini 4. imamo dvije nepoznate:

- brzinu u cijevi prečnika  $d_1$  -  $v_{d1}$ ,
- brzinu u cijevi prečnika  $d_2$  -  $v_{d2}$ .

**Jednačina kontinuiteta** za presjeka u cijevima prečnika  $d_1$  i  $d_2$  glasi:

$$Q_1 = Q_2$$

$$A_1 v_{d1} = A_2 v_{d2}$$

Gdje je:

$A_1$  - površina poprečnog presjeka cijevi prečnika  $d_1$ ,

$A_2$  - površina poprečnog presjeka cijevi prečnika  $d_2$ .

Iz jednačine kontinuiteta slijedi:

$$v_{d1} = \frac{A_2 v_{d2}}{A_1}$$

$$v_{d1} = \frac{D_2^2 v_{d2}}{D_1^2}$$

$$v_{d1} = \frac{0.4^2 v_{d2}}{0.2^2} = 4v_{d2}$$

Jednačina 4. se transformiše:

$$8 = 1.25 \frac{(4v_{d2})^2}{2g} + 2.55 \frac{v_{d2}^2}{2g} = 22.55 \frac{v_{d2}^2}{2g} = 1.15 v_{d2}^2$$

$$v_{d2} = \sqrt{\frac{8}{1.15}}$$

$$v_{d2} = 2.64 \text{ m/s}$$

Brzina u cijevi prečnika  $d_1$  iznosi:

$$v_{d1} = 4 \cdot 2.64 \text{ m/s} = 10.56 \text{ m/s}$$

Na osnovu poznavanja brzina možemo odrediti proticaj kroz cijevi:

$$Q = Q_1 = Q_2 = v_{d1}A_1 = v_{d2}A_2$$

$$Q = 2.64 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{\pi \cdot 0.4^2}{4} \text{ m}^2 = 0.3316 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 331.6 \frac{\text{l}}{\text{s}}$$

Kada poznajemo brzine u cijelom sistemu, možemo da sračunamo vrijednosti svim lokalnih i linijskih gubitaka.

Lokalni gubitak	Vrijednost
$\Delta E_{lok,ul} = \xi_{ul} \frac{v_{d1}^2}{2g}$	$\Delta E_{lok,ul} = 0.5 \frac{10.56^2}{2g} = 2.84 \text{ m}$
$\Delta E_{lok,pr} = \xi_{pr} \frac{v_{d2}^2}{2g}$	$\Delta E_{lok,pr} = 0.3 \frac{2.64^2}{2g} = 0.106 \text{ m}$
$\Delta E_{lok,zat} = \xi_z \frac{v_{d2}^2}{2g}$	$\Delta E_{lok,zat} = 0.9 \frac{2.64^2}{2g} = 0.319 \text{ m}$

Lokalni gubitak	Vrijednost
$\Delta E_{lin1} = \lambda_{d1} \frac{L_{d1} v_{d1}^2}{D_{d1} 2g}$	$\Delta E_{lin1} = 0.03 \frac{5}{0.2} \frac{10.56^2}{2g} = 4.26 \text{ m}$
$\Delta E_{lin2} = \lambda_{d2} \frac{L_{d2} v_{d2}^2}{D_{d2} 2g}$ <i>*linijski gubitak od mjesta proširenja cijevi do zatvarača</i>	$\Delta E_{lin2} = 0.03 \frac{6}{0.4} \frac{2.64^2}{2g} = 0.159 \text{ m}$
$\Delta E_{lin3} = \lambda_{d2} \frac{L_{d3} v_{d2}^2}{D_{d2} 2g}$ <i>*linijski gubitak od zatvarača do mjesta isticanja</i>	$\Delta E_{lin2} = 0.03 \frac{1}{0.4} \frac{2.64^2}{2g} = 0.026 \text{ m}$

Na osnovu dobijenih podataka možemo na nacrtamo E i  $\Pi$  liniju, imajući na umu:

$$\Pi + \frac{v^2}{2g} = E$$

